



SIMULASI ANTREAN $M/M/C$ BERBASIS WEB LARAVEL DENGAN VALIDASI ERLANG-C ANALITIK

Rizky Abdillah¹, M. Khalil Gibran², Ferdi Frans Dirga³, Iqbal Restu Raya⁴

¹²³Program Studi Ilmu Komputer, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara (UINSU), ⁴Program Studi Teknik Informatika, Universitas Harapan Medan

Jl. Lapangan Golf, Kampung Tengah, Kec. Pancur Batu, Kab. Deli Serdang, Sumatera Utara, Indonesia; Jl. HM. Joni No.70 C, Teladan Bar., Kec. Medan Kota, Kota Medan, Sumatera Utara 20216, Indonesia

¹kiabdillah90@gmail.com, ²m.khalil1100000202@uinsu.ac.id, ³ferdifransd@gmail.com

⁴iqbalraya940@gmail.com

Abstract

This research analyzes queue management in retail services, which is often determined intuitively, so the impact of changes in the number of cashiers on customer waiting times has not been evaluated in a measurable way. This research aims to design, develop, and validate a web-based queuing simulation system for the $M/M/c$ model, with arrival processes following a Poisson distribution and service times following an exponential distribution for c servers/cashiers. The system is designed as a web application using Laravel, which accepts input for arrival rate (λ), service rate (μ), number of servers (c), and simulation duration. Next, the system calculates the *Erlang-C* metric and performs discrete event simulation. The system output includes Lq , Wq , utilization (ρ), L , and W , and is accompanied by visualizations to support analysis. Validation was conducted through an observational case study at Indomaret Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Deli Serdang Regency, North Sumatra, with parameters $\lambda=10$, $\mu=4$, $c=3$, and a duration of 1000. The simulation results show a close proximity to *Erlang-C*: Lq 3.2914 compared to 3.5112 (6.26%), Wq 0.3299 compared to 0.3511 (6.04%), ρ 0.8275 compared to 0.8333 (0.70%), L 5.7686 compared to 5.6112 (4.04%), and W 0.5799 compared to 0.6011 (3.53%). These findings indicate that the system can consistently replicate queuing metrics and also provide a web-based operational evaluation tool that allows for scalable testing of service parameter changes (λ , μ , c) in a retail context.

Keywords : *M/M/C Queueing Model, Erlang-C, Web-Based Simulation, Mock-Up Utilization, Queue Dynamics*

Abstrak

Penelitian ini menganalisis pengelolaan antrian pada layanan ritel yang sering kali ditentukan secara intuitif, sehingga dampak perubahan jumlah kasir terhadap waktu tunggu pelanggan belum dievaluasi dengan cara yang terukur. Penelitian ini memiliki tujuan untuk merancang, mengembangkan, dan memvalidasi sistem simulasi antrian berbasis *web* untuk model $M/M/C$, dengan proses kedatangan yang mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan yang mengikuti distribusi eksponensial pada c pelayan/kasir. Sistem ini dirancang sebagai aplikasi *web* menggunakan *Laravel*, yang menerima input berupa laju kedatangan (λ), laju pelayanan (μ), jumlah pelayan (c), dan durasi simulasi. Selanjutnya, sistem ini menghitung metrik *Erlang-C* dan melaksanakan simulasi peristiwa diskrit. Keluaran sistem mencakup Lq , Wq , utilisasi (ρ), L , dan W , serta dilengkapi dengan visualisasi yang mendukung analisis. Validasi dilakukan melalui studi kasus observasi di Indomaret Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara dengan parameter $\lambda=10$, $\mu=4$, $c=3$, dan durasi 1000. Hasil simulasi menunjukkan kedekatan dengan *Erlang-C*: Lq 3,2914 dibandingkan dengan 3,5112 (6,26%), Wq 0,3299 dibandingkan dengan 0,3511 (6,04%), ρ 0,8275 dibandingkan dengan 0,8333 (0,70%), L 5,7686 dibandingkan dengan 5,6112 (4,04%), dan W 0,5799 dibandingkan dengan 0,6011 (3,53%). Temuan ini



menunjukkan bahwa sistem dapat dengan konsisten mereplikasi metrik antrian dan juga menyediakan alat evaluasi operasional berbasis *web* yang memungkinkan pengujian skenario perubahan parameter layanan (λ , μ , c) secara terukur dalam konteks ritel.

Kata kunci : *M/M/C, Erlang-C, Simulasi Peristiwa Diskrit, Sistem Antrian Ritel, Laravel*

1. PENDAHULUAN

Antrian merupakan suatu fenomena yang muncul dalam berbagai sistem layanan, baik yang bersifat tradisional maupun modern. Berbagai perusahaan sering kali menemukan diri mereka dalam kondisi di mana jumlah pelanggan tidak selalu sejalan dengan kapasitas layanan yang ada. Ketidakseimbangan ini berpotensi menghasilkan antrian yang panjang, peningkatan *Waktu tunggu*, sistem yang kurang efisien, serta ketidakpuasan di kalangan pengguna. Contohnya, di Indomaret yang berlokasi di Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara, terdapat peningkatan antrian yang signifikan pada waktu-waktu tertentu, khususnya saat terdapat banyak kegiatan yang melibatkan pelajar dan masyarakat setempat. Ini menekankan kebutuhan untuk melakukan evaluasi lebih mendalam terhadap kinerja antrian guna memastikan sistem pelayanan yang lebih efektif [1] [2] [3].

Teori antrian menjelaskan hubungan antara laju kedatangan, kecepatan pelayanan, dan jumlah sumber daya yang tersedia. Pendekatan ini banyak digunakan dalam studi sistem layanan. Model yang umum diterapkan untuk merepresentasikan sistem antrian dengan beberapa *Mock-up* yang beroperasi secara paralel adalah model *M/M/C*. Model ini berasumsi bahwa kedatangan pelanggan mengikuti distribusi *Poisson*, sementara waktu pelayanan mengikuti distribusi *Ekspensial*. Asumsi ini menjadikan model *M/M/C* sebagai representasi yang realistis untuk berbagai konteks layanan, termasuk stasiun pengisian bahan bakar, perbankan, layanan publik, ritel modern, dan fasilitas kesehatan [4] [5] [6].

Dalam penelitian sebelumnya, model *M/M/C* telah diterapkan secara luas untuk mengevaluasi kinerja sistem antrian [7] [8]. Simarmata et al. menerapkan model *M/M/C* dalam analisis sistem antrian di SPBU dengan memanfaatkan perangkat lunak simulasi *Arena*, guna mengevaluasi kondisi antrian dan menetapkan kapasitas layanan yang lebih efisien [7]. Ibrahim dan Nasib menggunakan pendekatan

dengan model *M/M/C* untuk menilai efektivitas sistem layanan, terutama dalam menentukan tingkat *Pemanfaatan Mock-up* dan estimasi. Meskipun memberikan manfaat signifikan, penelitian ini tidak menawarkan simulasi dinamis yang dapat melacak perkembangan antrian secara waktu nyata. Di sisi lain, Shanmugasundaram dan Banumathi menekankan bahwa pendekatan simulasi memiliki peranan krusial dalam penelitian antrian, terutama dalam situasi di mana model matematika diperlukan untuk mengilustrasikan bahwa perilaku antrian bersifat stokastik [8] [9].

Penelitian-penelitian sebelumnya umumnya menekankan pada penggunaan teknik analitis atau simulasi tertutup dengan memanfaatkan perangkat lunak khusus. Namun, masih terdapat keterbatasan dalam penelitian yang mengembangkan sistem berbasis *Web* yang memungkinkan pengguna untuk memantau parameter antrian secara langsung sambil mengamati visualisasi kinerja waktu nyata. Sistem berbasis *Web* menunjukkan keunggulan dalam kemudahan penggunaan, fleksibilitas, dan kemampuan untuk menyajikan grafik serta indikator antrian yang mudah dipahami. Keuntungan ini memberikan manfaat signifikan bagi mahasiswa, peneliti, dan praktisi yang memerlukan alat analisis tanpa ketergantungan pada perangkat simulasi yang kompleks [10] [11].

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan sistem berbasis *Web* yang menggabungkan dua pendekatan—perhitungan analitis menggunakan rumus *Erlang-C* dan *Simulasi peristiwa diskrit*—untuk mensimulasikan model *M/M/C* dengan tingkat akurasi yang tinggi. Studi ini bertujuan untuk mengevaluasi konsistensi antara hasil simulasi dan hasil analitis, serta menganalisis bagaimana sistem ini dapat mendukung pengguna dalam memahami karakteristik antrian yang dipengaruhi oleh perubahan parameter [1] [12].

Penelitian ini bertujuan untuk mencapai hal-hal berikut: (1) mengembangkan sistem simulasi antrian berbasis *Web* dengan model



$M/M/C$; (2) mengintegrasikan perhitungan analitis dan *Simulasi peristiwa diskrit* dalam satu platform; dan (3) menyediakan visualisasi interaktif kinerja antrian, termasuk *Waktu tunggu*, *Panjang antrian*, dan *Pemanfaatan Mock-up*. Penelitian ini juga bertujuan untuk membandingkan hasil analisis dan simulasi, memungkinkan pengguna untuk melakukan penilaian yang lebih mendalam [3] [10] [11].

Studi ini menerapkan *Teori antrian*, model *multi-Mock-up*, dan pendekatan simulasi stokastik untuk menganalisis probabilitas pelanggan yang menunggu, *Panjang antrian* rata-rata, *Waktu tunggu*, dan tingkat *Pemanfaatan Mock-up*. *Simulasi peristiwa diskrit* berfungsi untuk menganalisis dinamika perubahan antrian yang dipengaruhi oleh kedatangan dan peristiwa layanan. Penggabungan kedua metode ini diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih menyeluruh dibandingkan dengan penerapan salah satu metode secara terpisah [13] [14].

Studi ini diharapkan mampu menghasilkan sistem yang tidak hanya menghitung kinerja antrian secara matematis, tetapi juga menampilkan perilaku antrian melalui simulasi interaktif. Penelitian ini diharapkan dapat berkontribusi pada pengembangan media pembelajaran berbasis *Web* serta menawarkan alternatif alat pembelajaran yang efektif.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Studi tentang sistem antrian telah diterapkan secara luas di berbagai sektor layanan, termasuk SPBU, perbankan, rumah sakit, dan ritel modern. Model yang sering diterapkan adalah model antrian $M/M/C$, yang merupakan model *multi-server*. Dalam model ini, kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson, sementara waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Model ini memiliki relevansi yang signifikan untuk layanan ritel, *kArena* dapat menghasilkan metrik kinerja yang sering digunakan dalam evaluasi layanan. Metrik tersebut mencakup panjang antrian rata-rata L_q , waktu tunggu rata-rata W_q , utilisasi ρ , rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem L , dan waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem W .

Studi sebelumnya yang bersifat terapan telah menunjukkan bahwa model $M/M/C$ efektif dalam mengevaluasi kapasitas layanan dengan melakukan penyesuaian terhadap jumlah pelayan. Simarmata $M/M/C$ dalam analisis sistem

antrian SPBU dengan perangkat lunak *Arena* untuk menilai efektivitas kapasitas layanan. Penelitian ini juga mengindikasikan bahwa penyesuaian kapasitas pelayan dapat dilakukan dengan pendekatan yang lebih terukur, berdasarkan tingkat kedatangan pelanggan [7]. Temuan ini menunjukkan bahwa $M/M/C$ berfungsi sebagai landasan yang kuat untuk pengambilan keputusan operasional, terutama dalam situasi di mana sistem mengalami fluktuasi dalam kedatangan pelanggan. Namun, ketergantungan pada perangkat lunak simulasi khusus dapat membatasi akses bagi pengguna yang tidak memiliki perangkat, lisensi, atau keterampilan teknis tertentu. Ibrahim dan Nasib menerapkan $M/M/C$ pada sektor perbankan untuk mengestimasi utilisasi pelayanan dan waktu tunggu, serta menunjukkan bahwa pendekatan ini dapat membantu dalam menentukan kapasitas pelayanan yang lebih optimal. Walaupun demikian, pendekatan murni cenderung menekankan kondisi ideal sesuai asumsi model, sehingga tidak selalu menjelaskan dinamika operasional yang dapat berubah pada kondisi lapangan, seperti fluktuasi kedatangan pelanggan pada jam sibuk [8].

Shanmugasundaram dan Banumathi menekankan bahwa pendekatan simulasi memiliki peranan krusial dalam penelitian antrian, khususnya untuk sistem yang bersifat stokastik. Simulasi yang dirancang untuk merepresentasikan dinamika antrian secara waktu nyata mampu memberikan ilustrasi yang lebih akurat mengenai perubahan antrian seiring berjalannya waktu. Walaupun demikian, sejumlah pendekatan simulasi menunjukkan keterbatasan yang signifikan, *kArena* ketergantungan pada perangkat simulasi yang kompleks, yang membuatnya kurang mudah diakses oleh pengguna non-teknis seperti mahasiswa dan praktisi [9].

Melalui analisis tersebut, kesenjangan dalam penelitian dapat diidentifikasi. Sejumlah penelitian sebelumnya lebih sering mengandalkan simulasi dengan perangkat lunak khusus atau melakukan perhitungan analitik secara terpisah, yang mengakibatkan ketidaktersediaan perbandingan hasil analitik dan simulasi dalam satu platform yang sama. Di samping itu, terdapat keterbatasan dalam ketersediaan sistem yang mudah diakses dan mampu menyajikan visualisasi kinerja antrian secara interaktif. Hal ini menjadi penting,



mengingat konteks layanan ritel memerlukan evaluasi yang terukur terhadap dampak perubahan jumlah kasir terhadap waktu tunggu pelanggan.

Dengan memanfaatkan celah tersebut, penelitian ini merancang sistem simulasi antrian berbasis *web* menggunakan *Laravel* untuk model *M/M/C* yang menggabungkan perhitungan analitik *Erlang-C* dan simulasi peristiwa diskrit. Sistem mengolah input berupa laju kedatangan λ , laju pelayanan μ , jumlah kasir c , dan durasi simulasi, kemudian menghasilkan metrik Lq , Wq , ρ , L , dan W beserta visualisasi yang relevan. Integrasi ini bertujuan untuk menyediakan alat evaluasi operasional yang lebih mudah diakses dan praktis bagi pengguna dalam menilai dampak perubahan parameter layanan dalam konteks ritel, serta memperkuat validitas keluaran sistem melalui perbandingan dengan hasil *Erlang-C*.

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Tahapan Penelitian

Studi ini bertujuan untuk merancang, mengembangkan, dan menguji sistem simulasi antrian berbasis *web* yang mengikuti model *M/M/C* [15]. Pemilihan model *M/M/C* dilakukan dengan mempertimbangkan karakteristik layanan ritel yang memiliki beberapa pelayan paralel, di mana representasi “jumlah pelayan” secara langsung berkaitan dengan jumlah kasir. Penggunaan perhitungan *Erlang-C* dipilih sebagai pembanding *kArena* memberikan nilai teoretis kinerja sistem *M/M/C* yang dapat digunakan untuk menguji konsistensi keluaran simulasi.

1. Analisis Parameter Antrian

Parameter data dikumpulkan untuk menentukan laju kedatangan λ , laju pelayanan μ , dan jumlah kasir c melalui observasi langsung pada studi kasus Indomaret. Parameter ini dipilih *kArena* berfungsi sebagai input utama dalam model *M/M/C* dan menjadi landasan untuk perhitungan analitik serta simulasi [16].

2. Rancangan Arsitektur Sistem

Sistem ini dibangun dengan menggunakan arsitektur tiga lapis, yang terdiri dari lapisan presentasi, logika aplikasi, dan manajemen data. Pemilihan arsitektur ini dirancang untuk mempertahankan pemisahan fungsi, memfasilitasi pemeliharaan, serta menjamin bahwa proses perhitungan dan penyajian output dilakukan

dengan cara yang terstruktur dan konsisten [17].

3. Pengembangan Sistem

Implementasi dilakukan dengan *Laravel* untuk mengelola proses input, pengolahan, dan penyajian hasil secara sistematis. Pemilihan *Laravel* memungkinkan pengembangan sistem *web* yang terstruktur, sehingga integrasi fungsi perhitungan metrik antrian dapat dilakukan dengan stabil dan mudah diuji. Metrik yang telah dihitung meliputi Lq , Wq , ρ , L , dan W [18].

4. Analisis dan Perhitungan Erlang-C

Sistem ini melakukan simulasi peristiwa diskrit untuk menggambarkan dinamika kedatangan dan pelayanan dalam konteks stokastik, memungkinkan pengamatan perilaku antrian sepanjang durasi simulasi. Hasil simulasi selanjutnya dianalisis dan dibandingkan dengan hasil analitik *Erlang-C* untuk meningkatkan keandalan keluaran sistem, mengingat keduanya mengukur metrik yang identik pada model *M/M/C* [19].

5. Uji Coba Sistem

Pengujian dilaksanakan pada parameter studi kasus serta variasi input untuk memastikan bahwa sistem dapat menghasilkan keluaran yang konsisten dan logis di berbagai kondisi. Langkah ini digunakan untuk mengevaluasi ketahanan sistem serta memastikan bahwa hasil simulasi sejalan dengan nilai acuan *Erlang-C*. [20].



Gambar 1. Diagram Alur Proses



3.2. Pengumpulan Data

Data penelitian dikumpulkan melalui observasi langsung terhadap sistem antrian di Indomaret yang terletak di Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara. Data yang dikumpulkan mencakup laju kedatangan λ , laju pelayanan μ , jumlah kasir c , durasi simulasi, dan jumlah replikasi. Pemilihan variabel ini dilakukan karena *kArena* semuanya diperlukan untuk membangun model $M/M/C$ dan untuk memastikan bahwa keluaran simulasi dapat dibandingkan secara setara dengan hasil analitik *Erlang-C*.

- Tingkat Kedatangan (λ): Informasi mengenai frekuensi kedatangan pelanggan pada waktu tertentu.
- Tingkat Pelayanan (μ): Informasi mengenai kapasitas pelayanan yang dapat disediakan oleh *Mock-up* dalam setiap unit waktu.
- Jumlah *Mock-up* (c): Total *Mock-up* yang ada untuk memenuhi kebutuhan pelanggan.
- Durasi Simulasi: Periode yang dibutuhkan untuk melaksanakan simulasi.
- Replikasi: Frekuensi replikasi yang dilakukan untuk mengonfirmasi keakuratan hasil simulasi.

Informasi ini selanjutnya digunakan untuk menetapkan parameter simulasi yang akan diintegrasikan ke dalam model $M/M/C$.

3.3. Analisa Data

Analisis dilakukan dengan menggunakan dua pendekatan yang saling mendukung satu sama lain. Pertama, perhitungan *Erlang-C* digunakan untuk mendapatkan nilai teoretis dari metrik kinerja antrian. Simulasi peristiwa diskrit digunakan untuk merepresentasikan dinamika sistem antrian dengan mempertimbangkan input λ , μ , dan c sepanjang durasi simulasi. Metode ini dipilih karena *kArena* perhitungan analitik menyediakan dasar teoretis, sementara simulasi memberikan ilustrasi mengenai perilaku antrian yang timbul dari proses stokastik. Dengan melakukan perbandingan antara keduanya, kita dapat memperkuat validitas sistem melalui konsistensi nilai metrik yang dihasilkan.

Untuk melengkapi analisis, kerangka 5W1H diterapkan guna menjelaskan konteks penerapan

sistem, pihak pengguna, fokus keluaran, lokasi studi kasus, rentang pelaksanaan, serta cara kerja sistem. Kerangka ini berfungsi untuk menjelaskan kesesuaian antara rancangan sistem dan tujuan penelitian, di mana validitas kuantitatif tetap bergantung pada perbandingan hasil simulasi dengan *Erlang-C* [21] [22].

- **Why:** Tujuan dari simulasi ini adalah untuk memahami alasan di balik penggunaan model $M/M/C$. Tujuannya adalah untuk memperoleh pemahaman yang tepat mengenai dinamika perilaku antrian dalam sistem dengan banyak *Mock-up*.
- **Who:** Identifikasi pengguna yang terlibat mencakup mahasiswa, peneliti, dan praktisi yang memerlukan alat analisis antrian berbasis *Web*.
- **What:** Analisis ini berfokus pada hasil simulasi antrian berbasis *Web* yang menggunakan model $M/M/C$, serta membandingkannya dengan hasil perhitungan *Erlang-C*.
- **Where:** Pengumpulan data dilakukan di lokasi Indomaret, tepatnya berlokasi di Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara yang menyediakan contoh sistem antrian dengan tingkat kedatangan dan pelayanan yang bervariasi.
- **When:** Penelitian dilaksanakan dalam jangka waktu September-Desember, di mana pengujian dan analisis dilakukan setelah pengumpulan data selesai.
- **How:** Metode yang diterapkan mencakup simulasi berbasis *Web* dan perhitungan analitis, diikuti dengan pengujian validitas hasil simulasi yang dibandingkan dengan teori *Erlang-C*.

3.4. Pengembangan dan Pengujian Sistem

Pengembangan sistem melibatkan serangkaian langkah yang terstruktur sebagai berikut:

1. Perancangan Sistem

Sistem simulasi antrian dirancang dengan menggunakan *Laravel* sebagai *backend* dan *JavaScript* untuk interaksi di *frontend*. Setelah sistem dibangun, pengujian dilakukan untuk memastikan bahwa hasil

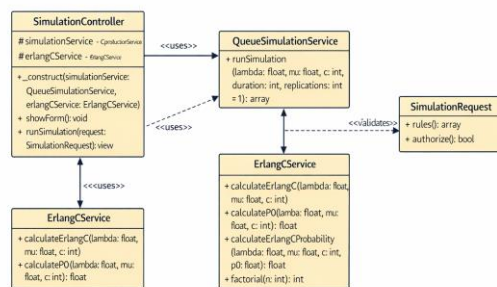
perhitungan simulasi konsisten dengan hasil perhitungan *Erlang-C*.

2. Analisis Hasil Simulasi

Pengujian dilaksanakan dengan mengintegrasikan parameter simulasi yang relevan dengan data yang diperoleh dari observasi di Indomaret. Simulasi yang dilakukan selanjutnya dianalisis dengan membandingkan hasilnya terhadap perhitungan *Erlang-C* untuk menilai tingkat akurasi sistem.

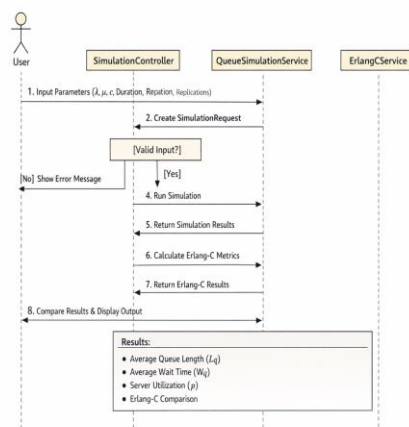
3. Pengujian Pengguna

Pengujian pengguna dilaksanakan untuk menganalisis antarmuka pengguna dan memastikan bahwa sistem dirancang untuk memfasilitasi kemudahan dalam melakukan simulasi. Evaluasi ini mencakup analisis terhadap responsivitas sistem serta kualitas grafik yang ditampilkan.



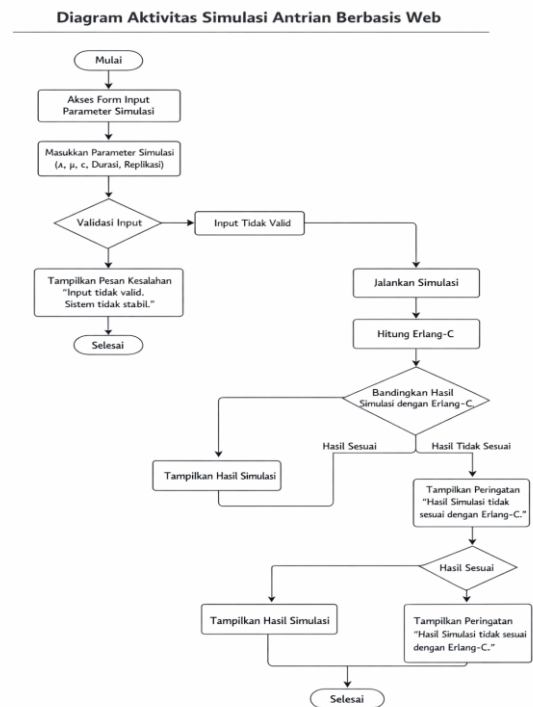
Gambar 2. Class Diagram

Gambar ini menunjukkan struktur kelas dalam sistem simulasi antrian berbasis *Web* yang telah dikembangkan.



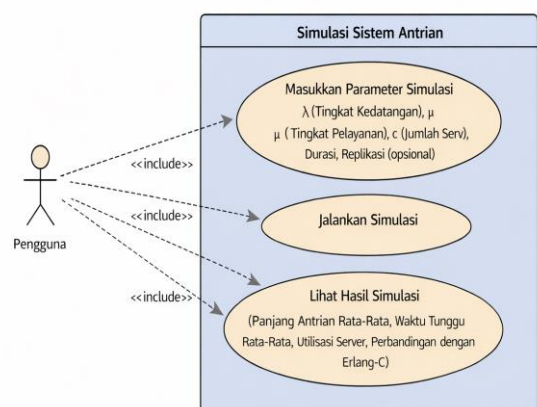
Gambar 3. Sequence Diagram

Gambar ini menunjukkan urutan langkah yang sistematis dalam melaksanakan simulasi, mulai dari penginputan parameter hingga proses penghitungan hasil.



Gambar 4. Activity Diagram

Gambar ini menunjukkan proses aktivitas sistem saat melakukan simulasi antrian berbasis *Web*.



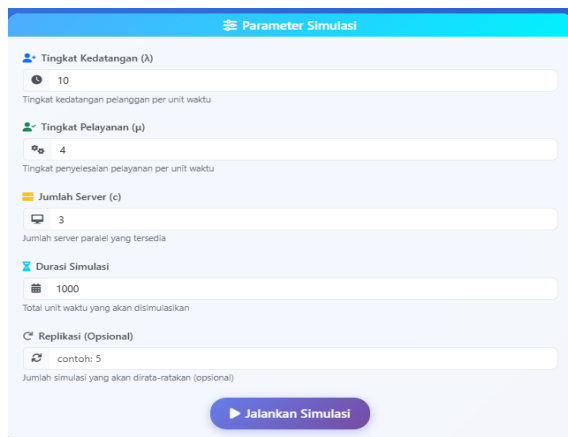
Gambar 5. Use Case Diagram

Diagram ini menggambarkan interaksi pengguna dengan sistem saat melaksanakan simulasi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Mock-up Input Parameter

Sebelum simulasi dimulai, pengguna harus menginput parameter laju kedatangan λ , laju pelayanan μ , jumlah kasir c , dan durasi simulasi melalui antarmuka input yang tersedia. Parameter ini berfungsi sebagai landasan untuk menghitung metrik antrian dengan menggunakan pendekatan *Erlang-C* dan simulasi peristiwa diskrit pada model $M/M/C$. Dengan demikian, hasil yang diperoleh dapat dibandingkan secara langsung pada metrik Lq , Wq , ρ , L , dan W .



Gambar 6. Tampilan Input

Antarmuka ini memperlihatkan formulir input yang dimanfaatkan oleh pengguna untuk menginput parameter simulasi. Pengguna memasukkan nilai untuk tingkat kedatangan (λ), tingkat pelayanan (μ), jumlah *Mock-up* (c), dan durasi simulasi sebagai langkah awal untuk memulai proses simulasi. Parameter ini akan digunakan untuk menghitung panjang antrian rata-rata (Lq), waktu tunggu rata-rata (Wq), utilisasi *Mock-up* (ρ), dan waktu sistem (W) dalam simulasi antrian $M/M/C$.

4.2. Implementasi Simulasi dan Hasil Pengujian

Dalam penelitian ini, simulasi sistem antrian $M/M/C$ berbasis *Web* dilaksanakan dengan parameter $\lambda = 10$, $\mu = 4$, $c = 3$, dan Durasi Simulasi = 1000. Simulasi ini dirancang untuk mengevaluasi kinerja antrian di Indomaret Jl.

Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara. Hasil simulasi yang dilakukan dan perbandingan dengan hasil perhitungan *Erlang-C* disajikan di bawah ini.

Tabel 1. Perbandingan Hasil Simulasi vs *Erlang-C*

Parameter	Hasil Simulasi	Hasil <i>Erlang-C</i>	Perbedaan (%)	Status
Panjang Antrian Rata-rata (Lq)	3.2914	3.5112	6.26%	OK
Waktu Tunggu Rata-rata (Wq)	0.3299	0.3511	6.04%	OK
Utilisasi <i>Mock-up</i> (ρ)	0.8275	0.8333	0.7%	OK
Rata-rata Sistem (L)	5.7686	5.6112	4.04%	OK
Waktu Sistem (W)	0.5799	0.6011	3.53%	OK

Analisis

Menurut teori antrean $M/M/C$, kestabilan sistem ditentukan oleh nilai utilisasi ρ yang harus berada di bawah 1. Nilai ρ teoretis untuk parameter pengujian dihitung sebagai 10 dibagi 12, yang menghasilkan angka mendekati 0,8333. Di sisi lain, hasil simulasi menunjukkan nilai 0,8275. Kedekatan kedua nilai ini mengindikasikan bahwa sistem beroperasi dalam kondisi stabil, dan proses pelayanan memiliki kapasitas yang cukup untuk menangani kedatangan pelanggan, meskipun dengan tingkat beban yang cukup tinggi. Secara teoritis, ketika ρ mendekati 1, terdapat kecenderungan peningkatan yang signifikan pada waktu tunggu dan panjang antrian, sehingga nilai ρ yang tinggi ini memberikan penjelasan mengenai mengapa Lq dan Wq berada dalam kisaran yang cukup besar.

Perbedaan Lq yang mencapai 6,26 persen dan Wq sebesar 6,04 persen mengindikasikan bahwa hasil simulasi mendekati nilai *Erlang-C*. Namun, nilai tersebut masih melebihi ambang ideal yang ditargetkan, yaitu kurang dari 5 persen. Secara metodologis, perbedaan antara Lq dan Wq sering kali muncul akibat sifat stokastik dari simulasi. Hasil yang diperoleh dipengaruhi oleh durasi pengamatan, variasi dalam kedatangan dan pelayanan yang acak, serta jumlah replikasi yang dilakukan. Dengan memperpanjang durasi simulasi dan menerapkan replikasi yang konsisten, perbedaan pada Lq dan

Wq biasanya dapat diminimalkan sehingga mendekati hasil analitis.

Di samping perbandingan dengan *Erlang-C*, konsistensi internal hasil juga dapat dianalisis melalui hubungan fundamental teori antrian. Dalam model antrian, Lq memiliki hubungan linier dengan λ yang dikalikan dengan Wq , sedangkan L juga memiliki hubungan linier dengan λ yang dikalikan dengan W . Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai Lq dan Wq serta nilai L dan W mendekati relasi yang diharapkan, yang mengindikasikan konsistensi dalam proses perhitungan metrik pada sistem. Pernyataan ini menegaskan bahwa perbedaan yang ada lebih banyak dipengaruhi oleh sifat stokastik dari simulasi, ketimbang oleh kesalahan dalam struktur perhitungan.

4.3. Validasi Hasil Simulasi

Simulasi yang dilakukan telah divalidasi melalui perhitungan *Erlang-C*, yang menunjukkan tingkat akurasi yang signifikan. Di bawah ini disajikan tabel yang menunjukkan validasi hasil simulasi berdasarkan parameter yang telah ditetapkan.

Tabel 2. Validasi Hasil Simulasi

Metrik	Simulasi	<i>Erlang-C</i>	Perbedaan (%)	Status
Panjang Antrian Rata-rata (Lq)	3.2914	3.5112	6.26%	OK
Waktu Tunggu Rata-rata (Wq)	0.3299	0.3511	6.04%	OK
Utilisasi <i>Mock-up</i> (ρ)	0.8275	0.8333	0.7%	OK
Rata-rata Sistem (L)	5.7686	5.6112	4.04%	OK
Waktu Sistem (W)	0.5799	0.6011	3.53%	OK

Analisis:

Validasi dilakukan melalui perbandingan antara keluaran simulasi dan nilai *Erlang-C* pada metrik yang serupa. Data menunjukkan bahwa ρ memiliki perbedaan sebesar 0,70 persen, sedangkan L , W , dan metrik lainnya menunjukkan perbedaan yang relatif kecil. Temuan ini menunjukkan bahwa sistem dapat mereproduksi perilaku antrian $M/M/C$ dengan memadai sesuai dengan teori yang ada. Oleh *kArena* itu, penggabungan simulasi peristiwa diskrit dan perhitungan *Erlang-C* dalam satu

platform tidak hanya menghasilkan output numerik, tetapi juga menawarkan mekanisme validasi yang dapat diukur untuk mengevaluasi keandalan sistem.

Walaupun Lq dan Wq masih berada sedikit di atas ambang ideal kurang dari 5 persen, hasil ini tetap memiliki signifikansi ilmiah *kArena* menunjukkan bahwa sistem dapat menghasilkan estimasi performa antrian yang mendekati acuan teoretis. Perbedaan tersebut dapat dilihat sebagai area yang jelas untuk peningkatan, sehingga penelitian ini tidak hanya mengonfirmasi bahwa sistem berfungsi, tetapi juga mengidentifikasi batas akurasi yang ada dan arah untuk memperkuat validitas melalui peningkatan durasi simulasi dan replikasi.

4.4. Statistik Simulasi

Selain perbandingan hasil, statistik simulasi diperoleh untuk menyajikan analisis yang lebih mendalam mengenai performa sistem. Statistik simulasi berikut menyajikan berbagai metrik penting.

Tabel 3. Statistik Simulasi

Metrik	Nilai Simulasi	Nilai <i>Erlang-C</i>	Deskripsi
Panjang Antrian Rata-rata (Lq)	3.2914	3.5112	Rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian
Waktu Tunggu Rata-rata (Wq)	0.3299	0.3511	Rata-rata waktu yang dibutuhkan pelanggan menunggu antrian
Utilisasi Kasir (ρ)	0.8275	0.8333	Persentase waktu <i>Mock-up</i> sibuk ($\rho = \lambda / (c \times \mu)$)
Rata-rata Sistem (L)	5.7686	5.6112	Rata-rata pelanggan dalam sistem ($L = Lq + \lambda / \mu$)
Waktu Sistem (W)	0.5799	0.6011	Rata-rata waktu pelanggan dalam sistem ($W = Wq + 1 / \mu$)

Analisis

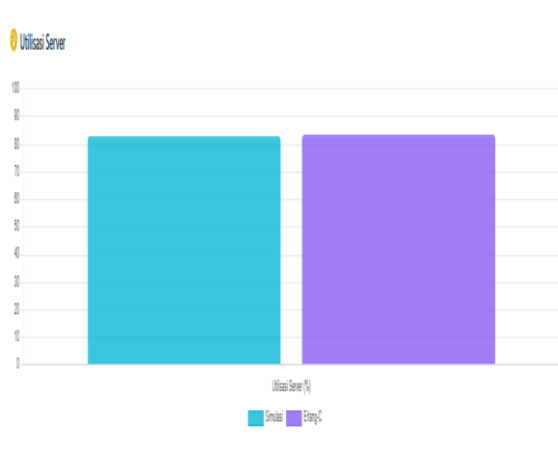
Statistik simulasi menunjukkan bahwa utilisasi kasir berada pada kisaran 0,83, yang mengindikasikan bahwa kapasitas kasir digunakan dengan cukup efisien. Dalam konteks ritel, tingkat utilisasi yang tinggi sering kali dianggap positif *kArena* mencerminkan

penggunaan sumber daya yang efisien. Namun, penting untuk mengelola tingkat ini dengan hati-hati, karena peningkatan kecil dalam laju kedatangan dapat berakibat pada peningkatan waktu tunggu yang signifikan. Nilai Wq dan Lq pada hasil pengujian menunjukkan adanya pelanggan yang menunggu secara rata-rata. Oleh karena itu, perubahan jumlah kasir menjadi faktor kontrol yang paling langsung untuk mengurangi beban sistem saat terjadi lonjakan kedatangan.

Metrik L dan W menunjukkan waktu total yang dihabiskan pelanggan dalam sistem, bukan hanya saat menunggu, sehingga dapat digunakan untuk mengevaluasi pengalaman pelanggan dengan lebih komprehensif. Dengan menyediakan metrik lengkap Lq , Wq , ρ , L , dan W , sistem ini memungkinkan evaluasi operasional yang berbasis data untuk menjawab pertanyaan praktis, seperti dampak penambahan kasir terhadap penurunan waktu tunggu, tanpa mengandalkan intuisi semata.

4.5. Utilisasi Kasir

Grafik ini menyajikan data mengenai utilisasi *Mock-up* dalam sistem simulasi, memberikan representasi yang jelas tentang tingkat kesibukan *Mock-up* selama periode simulasi.



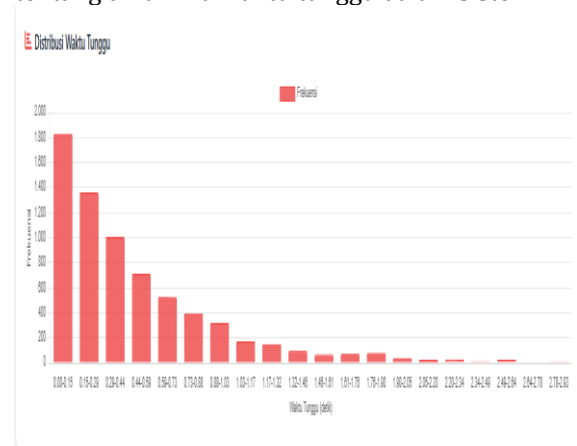
Gambar 7. Utilisasi *Mock-up*

Grafik utilisasi kasir menunjukkan tingkat kesibukan kasir selama simulasi, yang merefleksikan tingkat beban sistem. Pada nilai utilisasi yang tinggi, sistem cenderung sensitif terhadap perubahan parameter, sehingga visualisasi ini penting untuk membantu pengguna memahami bahwa penurunan kecil pada kapasitas pelayanan atau kenaikan laju

kedatangan dapat berdampak besar pada antrian. Dengan demikian, grafik tidak hanya berfungsi sebagai tampilan, tetapi menjadi alat interpretasi untuk keputusan operasional.

4.6. Distribusi Waktu Tunggu

Grafik distribusi waktu tunggu berikut memberikan gambaran yang jelas mengenai frekuensi waktu tunggu dalam interval waktu tertentu, sehingga memudahkan pemahaman tentang dinamika waktu tunggu dalam sistem.



Gambar 8. Distribusi Waktu Tunggu

Distribusi waktu tunggu menunjukkan frekuensi pelanggan yang mengalami waktu tunggu dalam interval tertentu. Dalam sistem antrian stokastik, distribusi waktu tunggu biasanya tidak merata akibat pengaruh variasi dalam kedatangan dan pelayanan. Visualisasi distribusi ini melengkapi metrik rata-rata dengan memberikan gambaran tentang variasi waktu tunggu, memungkinkan pengguna untuk mengevaluasi risiko yang terkait dengan pengalaman pelanggan yang mungkin menunggu lebih lama dalam kondisi tertentu.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini berhasil merancang dan mengembangkan sistem simulasi antrian berbasis web menggunakan *Laravel* untuk model $M/M/C$, dengan mempertimbangkan input laju kedatangan λ , laju pelayanan μ , jumlah kasir c , dan durasi simulasi. Sistem ini menghasilkan metrik kinerja antrian seperti Lq , Wq , ρ , L , dan W , serta menyajikannya dalam bentuk visualisasi untuk memungkinkan evaluasi operasional yang terukur. Validasi dilakukan dengan



membandingkan hasil simulasi dengan perhitungan analitik *Erlang-C* pada studi kasus Indomaret Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, menggunakan parameter $\lambda = 10$, $\mu = 4$, $c = 3$, dan durasi simulasi 1000. Hasil analisis menunjukkan adanya kedekatan yang signifikan antara simulasi dan *Erlang-C*, dengan selisih berkisar antara 0,70% hingga 6,26% pada metrik yang diuji. Selisih terkecil teramati pada ρ , sementara selisih terbesar ditemukan pada Lq dan Wq . Kontribusi utama penelitian ini adalah tersedianya platform *web* yang mengintegrasikan perhitungan *Erlang-C* dan simulasi peristiwa diskrit dalam satu sistem. Dengan demikian, pengguna dapat melakukan eksperimen perubahan parameter layanan dan memvalidasi hasilnya secara langsung tanpa bergantung pada perangkat lunak simulasi khusus.

Disarankan untuk melakukan penelitian lanjutan dengan menguji variasi parameter yang lebih luas, khususnya dalam skenario perubahan jumlah kasir c dan variasi laju kedatangan λ , guna menganalisis sensitivitas Lq dan Wq pada tingkat utilitas yang berbeda. Untuk mengurangi deviasi pada Lq dan Wq , sistem harus menerapkan replikasi simulasi dengan jumlah ulangan yang telah ditentukan dan melaporkan rata-rata serta variasinya, serta memperpanjang durasi simulasi untuk mencapai hasil yang lebih stabil. Validasi harus diperkuat dengan pengambilan data observasi pada berbagai periode waktu di lokasi ritel, seperti pada jam normal dan jam sibuk, agar parameter λ dan μ dapat mencerminkan kondisi operasional yang beragam. Pengembangan selanjutnya dapat mencakup penambahan fitur pelaporan otomatis yang menyajikan perbandingan antara simulasi dan *Erlang-C*, serta memberikan rekomendasi jumlah kasir berdasarkan target waktu tunggu tertentu. Hal ini akan meningkatkan aplikabilitas sistem dalam proses pengambilan keputusan.

6. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak Indomaret Jl. Lapangan Golf, Tuntungan 2, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara atas izin dan dukungan yang diberikan selama proses observasi. Bantuan dalam menyediakan akses informasi yang diperlukan untuk penentuan parameter antrian, seperti tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan, sangat berharga sebagai

dasar pengujian sistem. Penulis juga berterima kasih kepada dosen pembimbing yang telah memberikan arahan metodologis, masukan konseptual, dan evaluasi kritis dalam penyusunan serta penyempurnaan naskah penelitian ini. Selain itu, penulis menghargai rekan-rekan yang turut membantu dalam pengumpulan data lapangan dan pengujian fungsional aplikasi, sehingga penelitian ini dapat diselesaikan sesuai dengan tujuan yang ditetapkan.

DAFTAR PUSTAKA:

- [1] K. P. Sowndharya and J. E. A. Bagyam, "Optimal server analysis of $M/M/C$ queueing model to reduce the waiting time of patients in healthcare service," *Int. J. Math. Oper. Res.*, vol. 27, no. 2, pp. 254–266, 2024.
- [2] G. Sreelekshmi, G. S. Kumar, and P. V. Ushakumari, "Application of Queueing Model to an Outpatient Flow in a Multi-Speciality Hospital," *J. Pharm. Negat. Results*, vol. 13, no. Special Issue 03, 2022.
- [3] M. Tyagi, "Impact of application of queueing theory on operational efficiency in organizations with limited resources," *Comput. Ind. Eng.*, 2023, [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S037712372100174X?utm_source=chatgpt.com
- [4] S. A. Khaskheli, H. A. Kalwar, M. A. Kalwar, H. B. Marri, M. A. Khan, and M. Nebhwani, "APPLICATION OF *MULTI-SERVER* QUEUEING MODEL TO ANALYZE THE QUEUEING SYSTEM OF OPD DURING COVID-19 PANDEMIC: A CASE STUDY," vol. 27, no. 05, pp. 1351–1367, 2021, doi: 10.47750/cibg.2021.27.05.094.
- [5] D. S. Putri and M. H. S. Kurniawan, "The Implementation of Queue Theory and Monte Carlo Simulation on the Number of Covid-19 Patients in Batam," *EKSAKTA*, vol. 4, no. 2, pp. 30–39, 2023.
- [6] S. Bhattarai and et al., "Optimization of Waiting Time in Healthcare Systems Using Queueing Models ($M/M/1$ & $M/M/C$)," *ESIC*, vol. 9, no. 1, p. No. S1, 2025.
- [7] R. Simarmata, J. S. M. Purba, and A. D.



- Septia, "Analisis antrean SPBU dengan model $M/M/C$ dan simulasi *Arena* untuk optimalisasi," *J. Manaj. Rekayasa dan Inov. Bisnis*, 2023, [Online]. Available: <https://journal.iteba.ac.id/index.php/jmrib/article/view/694>
- [8] N. Ibrahim, S. K. Nasib, A. R. Nuha, M. R. Katili, and D. Wungguli, "Analisis Sistem Antrian dengan Model $M / M / C$ dalam Meningkatkan Efektivitas Kinerja Sistem Program Studi Matematika Universitas Negeri Gorontalo , Indonesia Program Studi Statistika Universitas Negeri Gorontalo , Indonesia Program Studi Matematika Unive," *Algoritma. J. Mat. Ilmu Pengetah. Alam, Kebumihan dan Angkasa*, vol. 3, no. 2, pp. 21–34, 2025.
- [9] S. Shanmugasundaram and P. Banumathi, "A simulation study on $M/M/C$ queueing models," *Int. J. Res. Math. Stat.*, 2016, [Online]. Available: <https://gnpublication.org/index.php/ms/article/view/237>
- [10] H. H. Ahmed, "Using Mathematical Programming to Analyze and Improve Queueing Systems in Healthcare," *IJAMC*, 2025.
- [11] L. N. Andryanto, "Tinjauan Literatur Sistematis tentang Simulasi Sistem Antrean di Rumah Sakit: Model, Aplikasi, dan Evaluasi Kinerja," *URANUS*, vol. 3, no. 2, pp. 32–54, 2025, [Online]. Available: <https://doi.org/10.61132/uranus.v3i2.778>
- [12] S. A. Ogumeyo, "Applications of Queue Models to Enhance Effective Healthcare Delivery," *EJMS*, 2025.
- [13] R. Anbarasi, "A study on $M/M/3$ queueing model on waiting time reduction in a local health care centre," *Int. J. Stat. Appl. Math.*, vol. 3, no. 2, 2018.
- [14] J. Chen, K. Li, Z. Tang, K. Bilal, and K. Li, "A Parallel Patient Treatment Time Prediction Algorithm and its Applications in Hospital Queueing-Recommendation in a Big Data Environment," *ArXiv*, 2018, [Online]. Available: https://arxiv.org/abs/1811.03412?utm_source=chatgpt.com
- [15] K. Iwao, Y. Nishioka, and K. Kitao, "Web-Based Sea Level Change Simulation System Using PNG Elevation Tiles and Smart Tile Architecture," *J. Geogr. Inf. Syst.*, vol. 12, no. 04, pp. 291–301, 2020, doi: 10.4236/jgis.2020.124018.
- [16] Gulab Singh Bura and Yashi Vaish, "Bayesian Inference of Traffic Intensity for an $M/M/1$ Queueing Model with State-Dependent Service Under Asymmetric Loss Functions," *Model Assist. Stat. Appl.*, vol. 20, no. 4, pp. 279–293, Jul. 2025, doi: 10.1177/15741699251358338.
- [17] R. ALWANATRIANI, "Perancangan Dan Implementasi Sistem Informasi Kemahasiswaan Berbasis Web Pada Politeknik Negeri Padang," pp. 51–68, 2018.
- [18] Darsanto, "The Implementation of User Satisfaction Based Shortest Job First Algorithm Efficiency in Queueing System," *Nuansa Inform.*, vol. 19, no. 2, pp. 49–57, 2025, doi: 10.25134/ilkom.v19i2.378.
- [19] B. D'Auria, I. J. B. F. Adan, R. Bekker, and V. Kulkarni, "An $M/M/C$ queue with queueing-time dependent service rates," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 299, no. 2, pp. 566–579, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.12.023>
- [20] R. Klimek, "Sensor-enabled context-aware and pro-active queue management systems in intelligent environments," *Sensors (Switzerland)*, vol. 20, no. 20, pp. 1–29, 2020, doi: 10.3390/s20205837.
- [21] N. Ma and Y. Liu, "Risk factors and risk level assessment: Forty thousand emergencies over the past decade in China," *Jamba J. Disaster Risk Stud.*, vol. 12, no. 1, pp. 1–13, 2020, doi: 10.4102/jamba.v12i1.916.
- [22] B. D'Auria, I. J. B. F. Adan, R. Bekker, and V. Kulkarni, "An $M/M/C$ queue with queueing-time dependent service rates," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 299, no. 2, pp. 566–579, 2022, doi: 10.1016/j.ejor.2021.12.023.